

ELİPTİK YÖRÜNGELİ ÖRTEN ÇİFT YILDIZLARIN IŞIK EĞRİLERİNİN ANALİZİ

Selim SELAM ve Osman DEMİRCAN

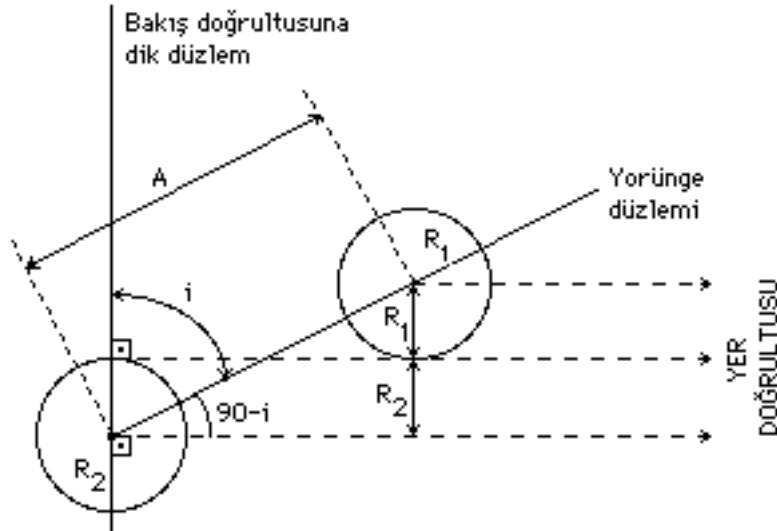
A.Ü. Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, 06100 Tandoğan, ANKARA

ÖZET

Örten çift yıldızların bazı temel parametrelerinin elde edilmesi amacı ile, ışık eğrilerinin yalnızca bir kısmının, basit küresel model kabulleri altında nasıl analiz edilebileceği üzerinde kısaca durulmuştur. Dolayısıyla bu yöntem tutulma etkisi haricinde tüm ışınımsal ve çekimsel etkileşmelerin boşlanabildiği ayrık ve yarı-ayrık çift sistemlere uygulanabilmektedir (bileşenlerinin yarıçapları toplamı, aralarındaki uzaklığın onda birini geçmeyen sistemler). Demircan (1983,1986) tarafından geliştirilen ve görelî yörüngenin çember olması halinde geçerli olan bu yöntem, bu çalışmada eliptik yörüngeli örten çift sistemlerin ışık eğrilerinin analizinde de kullanılmak üzere genelleştirilmiş ve Tau Persei çift yıldızının fotometrik gözlemlerine uygulanarak sisteme ilişkin parametreler elde edilmiştir.

1. Küresel Model

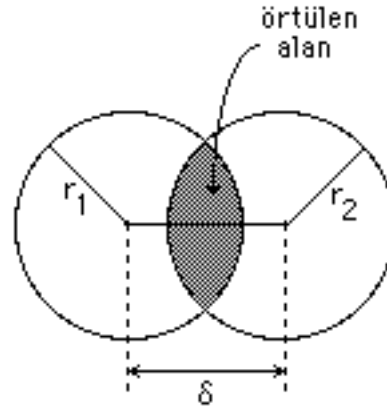
Öncelikle çember yörünge üzerinde dolanan küresel biçimli iki yıldızdan oluşmuş örten çift yıldızlarda tutulmanın oluşabilmesi için gerekli geometrik yapıyı ve temel bağıntıları görelim. Şekil 1 de R_1 ve R_2 bileşen yıldızların yarıçapları, i yörünge eğim açısı olmak üzere



Şekil 1: Çift yıldızlarda tutulma koşulu.

$$|\sin(90-i)| = |\cos i| < (R_1+R_2)/A \dots\dots\dots (1)$$

şartı sağlandıkça tutulma olayının gerçekleşeceği açıkça görülmektedir. Bu bağtıda $(R_1+R_2)/A = r_1+r_2$ olmak üzere r_1 ve r_2 değerlerine bileşen yıldızların kesirsel yarıçapları adı verilmektedir. Bu değerler bileşen yıldızların, aralarındaki uzaklık cinsinden bir ifadesi olmaktadır. Şekil 2 de tutulma gösteren bir çift sistemde tutulmanın geometrik yapısı



Şekil 2: Ayrık çift yıldız sistemlerinde tutulmanın geometrik yapısı.

görülmektedir. Burada δ bileşenlerin gökyüzü düzlemi üzerindeki görüntü merkezleri arası uzaklık olup,

$$\delta = (\sin^2\theta \sin^2i + \cos^2i)^{1/2} \dots\dots\dots (2)$$

şeklinde yörünge eğim açısı (i) ve evreye (θ) bağlıdır. Tutulma sırasında örtülen (yani arkadaki bileşen) için 1 indisi kullanılacak olursa, herhangi bir evrede sistemden algılanabilen toplam ışınım,

$$I = L_1 + L_2 - L_1\alpha \dots\dots\dots (3)$$

şeklinde yazılır. Burada $L_1 + L_2$ örten ve örtülen bileşenlerin ışınım güçleri toplamıdır. $L_1\alpha$ ise tutulmadan dolayı ışık kaybını temsil etmektedir. (3) bağıntısı $L_1 + L_2 = 1$ olacak şekilde normalize edilirse

$$I = 1 - L_1\alpha \dots\dots\dots (4)$$

yazılabilir. Burada α tutulma fonksiyonu,

$$\alpha = \sum_{h=0}^m C^{(h)} \alpha_h \dots\dots\dots (5)$$

şeklinde bir seri ile ifade edilir. Doğrusal kosinüs kenar kararma yasası için $m=1$ alınır. Bu durumda seriye ait $C^{(h)}$ kenar kararma terimleri, örtülen bileşenin u_1 kenar kararma sabiti cinsinden,

$$C^{(0)} = (3-3u_1)/(3-u_1) , \quad C^{(1)} = 3u_1/(3-u_1) \dots\dots\dots (6)$$

ifadeleriyle hesaplanır. Herhangi bir evrede α_h° in değerleri bilinirse, sistemde tutulmadan dolayı ışık kaybı hesaplanabilir. Bu çalışmada α tutulma fonksiyonunun, Kopal (1977) ve Demircan (1978) tarafından önerilen ve programlamaya daha yatkın yeni biçimleri kullanılmıştır. Buna göre α fonksiyonu, bileşen yıldızların diskleri üzerindeki parlaklık dağılımının Fourier transformlarının "büklüm (convolution) integrali" şeklinde ifade edilir. Böylece tutulmadan dolayı kesirsel ışık kaybı,

$$\alpha_h^\circ = 2^v \Gamma(v) b \int_0^\infty (ay)^{-v} J_v(ay) J_1(by) J_0(cy) dy \dots\dots\dots (7)$$

şeklinde a, b ve c gibi üç parametreye bağlı olarak ifade edilir. Burada

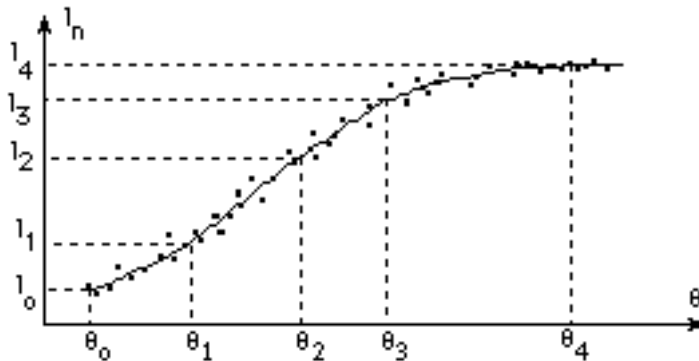
$$a = r_1/(r_1+r_2) , \quad b = 1-a = r_2/(r_1+r_2) , \quad c = \delta/(r_1+r_2) \quad \text{dir.}$$

Pratikte α_h° , (7) ifadesinin seriye açılımının terim terim integrasyonu ile,

$$\alpha_h^\circ = b^2 \Gamma(v) (1-c^2)^{v+1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n! (v+2n+2)}{(n+1)\Gamma(v+n+1)} [R_n^{(1,v)}(a)]^2 R_n^{(1+v,0)}(c^2) \dots\dots\dots (8)$$

şeklinde bulunur. Bu formülde $v = (h+2)/2$, R ler ise kaymış Jacobi polinomlarıdır. Serinin katsayılarının ve kaymış Jacobi polinomlarının hesabında kullanılan ardışık tekrar formülleri için bkz. Demircan (1978).

Şimdi bu temel bağıntıları kullanarak analizin nasıl yapıldığına bakalım. Öncelikle



Şekil 3: Işık eğrisinde birinci minimum çıkış kolu ve seçilen gözlemsel noktalar.

Şekil 3 de bir ayrık örten çiftin ışık eğrisinin birinci minimum çıkış kolunu ele alalım. Çıkış kolu üzerinde, biri tutulma ortasında (evresi 0.0), bir diğeri de dış kontak zamanında (evresi θ_4), geri kalanları ise bu iki nokta arasında dağılmış en az bilinmeyen sayısı kadar örneğin 5 gözlemsel nokta seçilir. Işık eğrisi maksimum ışığa normalize edildiğinden $I_4=1$ olacaktır. Bu durumda gözlemsel noktalarımıza I_n , $n=0,1,2,3,4$ diyecek olursak, tutulma etkisi ile sistemin gözlemsel ve kuramsal ışık değişimleri farkı,

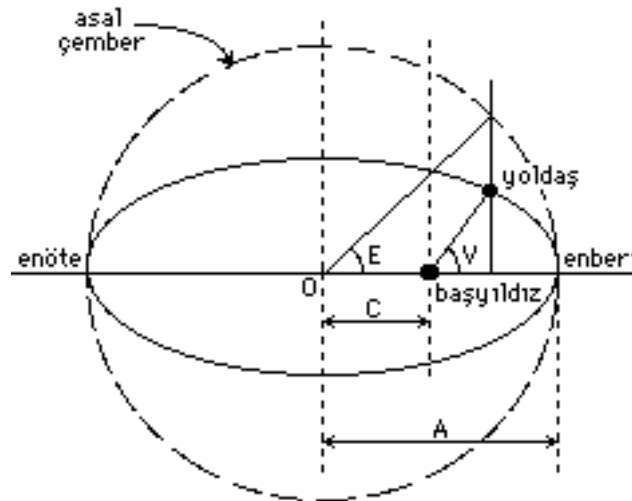
$$F(\theta_n) = I_n - 1 + L_1 \alpha(a, c, u_1) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

olmalıdır. Böylece, 5 denklemden oluşan non-lineer bir denklem takımı elde edilir. Sonuçta I_n ve θ_n ler gözlemsel değerler ve a, c, u_1, L_1 girdi parametreleri olmak üzere

$$S = \sum_{n=0}^4 [F(\theta_n)]^2 = 0 \dots\dots\dots (11)$$

olacak şekilde iterasyon yapılarak en iyi çözüme ulaşılabılır. Bu biçime dönüştürülebilien non-lineer denklem takımlarının çözüm yöntemi için bkz. Selam ve Demircan (1989). Pratikte S fonksiyonu hiç bir zaman 0 olamaz. Yani gözlem ve kuram tam anlamıyla üstüste çakışmaz. Bu nedenle iterasyonlara belli bir duyarlılık limitine ulaşınca kadar devam edilir. Bu limit pratikte 10^{-4} mertebesinde dir. Bu mertebeye ulaşılan modelin r_1, r_2, i, u_1, L_1 parametreleri ise çift sistemi temsil eden parametreler olacaktır.

2. Eliptik Yörünge Halinde Analiz



Şekil 4: Eliptik yörünge nin geometrisi ve temel veriler.

Şekil 4 de başyıldız, yoldaşının çizdiği eliptik yörünge nin odaklarından birinde bulunmaktadır. Bu yörüngeyi temsil eden ve analiz sırasında da kullanacağımız temel bağıntılar ve ifadeler ise,

$e = C/A$ yörünge dışmerkezliği olmak üzere,

$$M_n = [(T_n - T_0)/P] * 2\pi \dots\dots\dots (12)$$

$$M_n = E_n - e \sin E_n \quad (\text{Kepler denklemi}) \dots\dots\dots (13)$$

$$r_n = [A(1-e^2)]/(1+e \cos V_n) \dots\dots\dots (14)$$

$$\tan (V_n/2) = [(1+e)/(1-e)]^{1/2} \tan(E_n/2) \dots\dots\dots (15)$$

dır. Bu bağıntılarda, M_n : ortalama anomali, E_n : eksantrik anomali, V_n : gerçel anomali, A : yörünge yarı-büyük eksen, r_n : bileşen yıldızlar arasındaki uzaklık, P : yörünge dönemi, T_n : gözlem anı, T_0 : enberiden geçiş zamanı, $n = 0, 1, 2, 3, 4$ dır.

Eliptik yörünge halinde evreler, her gözlem noktasına karşılık gelen gerçel anomali değeri ile, tutulma ortasına karşılık gelen (min zamanı) gerçel anomali değeri arasındaki farklar olarak ele alınmaktadır. Bu tanıma göre evreler,

$$V_n' = (V_n - V_0) \quad , \quad n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots\dots\dots (16)$$

olacaktır. Gerçel anomalileri bulabilmek için öncelikle (12) denkleminde ortalama anomaliler elde edilir. Bu değerler (13) denkleminde ayrı ayrı yerine konarak E eksantrik anomali değerleri çözülür. Daha sonra yörünge dışmerkezliği ve E değerleri kullanılarak her gözlem noktası için V gerçel anomali değeri (15) denkleminde hesaplanır.

Ayrıca, eliptik yörüngede bileşenler arası uzaklık zamanın bir fonksiyonudur. Dolayısıyla her evrede bileşenler arası uzaklığın hesaplanması gerekmektedir. Yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu A nın bilinmesi halinde (14) denkleminde her gerçel anomali değeri için bileşenler arası r_n uzaklığı bulunabilir. Böylece basit küresel model hesabında kullandığımız temel bağıntılar,

$$\delta_n = (\sin^2 V_n' \sin^2 i + \cos^2 i)^{1/2} \quad , \quad n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots\dots\dots (17)$$

$$a = R_1/(R_1 + R_2) \dots\dots\dots (18)$$

$$c_n = \delta_n r_n / (r_1 + r_2) \dots\dots\dots (19)$$

olacaktır. Bu geometrik parametrelerin dışında ışınım ve örtülen alanlarla ilgili formüller aynen geçerlidir ve analizde basit küresel modelde izlenen yol ile çözüme gidilir. Analiz yöntemi MS EXCEL-MACRO dili ile düzenlenmiş ve Macintosh SE kişisel bilgisayarında çalıştırılmıştır. Bir iterasyon için geçen karakteristik süre 1-2 dakika arasında değişmektedir.

3. Tau Persei Çift Yıldızının Analizi

Tau Persei (HR 854, HD 17878/9) sistemi parlak ve çift çizgili bir tayfsal çift yıldızdır. Ake vd. (1986) sistemin bir örten çift olduğunu göstermişlerdir. Sistem G5 III ve A2V tayf

türünden iki bileşen içermektedir (Young 1971) ve Zeta Aurigae türü atmosferik tutulma gösteren çift sistemlerin grubuna dahil edilmiştir. Ancak Tau Persei sisteminin dev bileşeni Zeta Aurigae türlerinin dev bileşenleri ile karşılaştırıldığında, biraz daha sıcak, düşük ışınım güçlü ve daha az evrimleşmiş görünmektedir. Colacevich (1941) sistemin G5 III bileşenine ilişkin dikine hız eğrisinden, sistemin tayfsal yörünge öğelerini elde etmiştir. Mc Alister (1981) bu tayfsal öğeleri ve kendi yaptığı speckle interferometre gözlemlerinin sonucu olan astrometrik yörünge öğelerini birleştirerek, sistemin oldukça büyük dışmerkezlikli ($e=0.73$) ve eğimli ($i=95^\circ$) bir yörüngeye sahip olduğunu bulmuştur. Bu yörüngeye ilişkin öğeler Çizelge 1 de verilmiştir.

Çizelge 1. Tau Persei sisteminin Mc Alister tarafından elde edilen yörünge öğeleri.

$P = 4.1496$ yıl	$\gamma = +2.2$ km/sn
$T_0 = 1976.5352$	$f(m) = 0.344$
$e = 0.73$	$a'' = 0''.050 \pm 0''.002$
$\omega = 234^\circ.6$	$i = 95^\circ.0 \pm 2^\circ.4$
$K_1 = 19.0$ km/sn	$\Omega = 101^\circ$

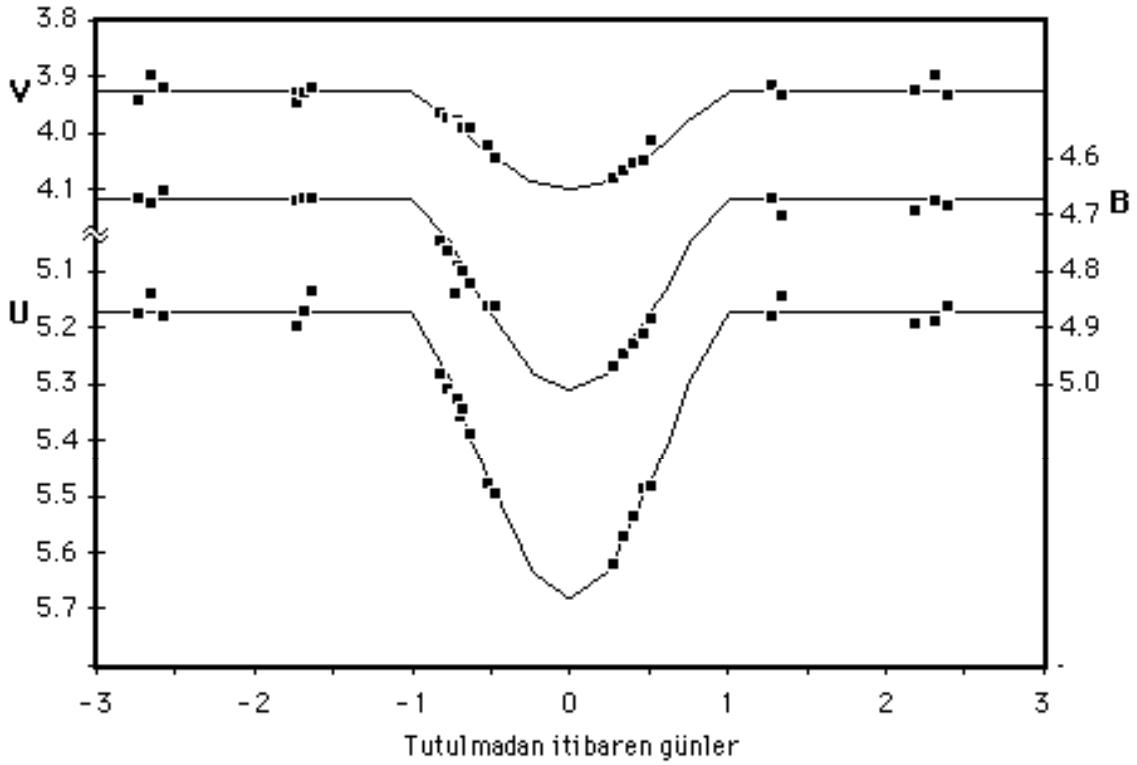
Sistemin tutulma civarındaki fotometrik gözlemleri Ake vd. (1986), Schmidtke ve Hopkins (1990) ve Hall vd. (1991) tarafından yapılmıştır. Ake vd.'nin gözlemleri 1984 yılındaki tutulmanın başlangıç ve bitiş noktalarına rastlamaktadır ve tutulmayı tam olarak temsil etmemektedir. Bu tutulma sırasında IUE uydusu ile alınan moröte tayflarda, G5III yıldızının atmosferinden kaynaklanan soğurma çizgilerinin A2V yıldızının tayfının üzerine bindiği görülmüştür. Düşük uyarılma seviyeli bu tayfsal çizgiler (MgI, CrII, MnII, FeI ve FeII) 22 VUL türü atmosferik tutulma gösteren sistemlerin önemli özelliklerindedir (Ake vd. 1985). 1989 yılında gerçekleşen bir sonraki tutulmanın UBV bandlarında fotometrik gözlemleri Schmidtke ve Hopkins (1990) ve Hall vd. (1991) tarafından, tayfsal gözlemleri ise Griffin vd. (1992) tarafından yapılmıştır.

1984 ve 1989 gözlemleri birleştirilse dahi tutulma başlangıcı ve tutulma ortasına ilişkin evrelerde gözlemler eksik kalmaktadır. Bu nedenle analiz için bu evrelerde gerekli gözlemsel noktalar, gözlemleri temsil eden ve elle çizilen en iyi eğri üzerinden okunmuştur. Bu eğrilere göre, (i) tutulma parçalıdır, (ii) tutulma süresi UBV bandlarında eşit ve yaklaşık 2.03 ± 0.05 gündür, (iii) tutulma derinlikleri U,B ve V bandlarında sırasıyla 0.52, 0.35 ve 0.19 kadirdir. Görüldüğü gibi tutulma derinlikleri kısa dalgaboylarına gidildikçe belirgin bir şekilde artmaktadır.

Bu çalışmada önerilen metod Tau Persei çift sistemine uygulanmış ve elde edilen modelin parametreleri Hall vd. (1991) ve Griffin vd. (1992)'nin model parametreleri ile beraber Çizelge 2 de verilmiştir. Bu sonuçlara göre üç renkte elde edilen model ışık eğrilerinin gözlemlerle karşılaştırılması Şekil 5 de yer almaktadır.

Çizelge 2. Tau Persei sisteminin ışık eğrisi analizlerinin sonuçları

	Bu çalışma	Hall vd. (1991)	Griffin vd. (1992)
$R_A(R_\odot)$	1.85	3.2	2.2
$R_G(R_\odot)$	13.70	24	16
i (°)	87.4	88.74	86.75
α_0	0.83	0.837	0.83
$(L_A)U$	0.444	0.386	—
$(L_A)B$	0.324	0.300	—
$(L_A)V$	0.183	0.170	—
$u_1(U)$	0.45	0.60	0.60
$u_1(B)$	0.80	0.60	0.60
$u_1(V)$	0.60	0.60	0.60
$\chi^2(U)$	$13.7 \cdot 10^{-5}$	—	—
$\chi^2(B)$	$4.7 \cdot 10^{-5}$	—	—
$\chi^2(V)$	$27.5 \cdot 10^{-5}$	—	—

**Şekil 5.** Schmidtke ve Hopkins (1990)'in UBV fotoelektrik gözlemleri. Sürekli çizgi ile ifade edilen eğri Çizelge 2 de verilen modeli temsil etmektedir.

4. Tartışma ve Sonuç

Analiz süresince yaklaşık 200 iterasyon yapılmıştır. Analiz sırasındaki temel belirsizlik dış kontak noktasının zamanının belirlenmesinden kaynaklanmıştır. Analiz sonucunda bulunan

geometrik parametreler, sistemin bileşenleri için önerilen tayf türleri ile uyum içerisinde. Sistemin yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu $922 R_{\odot}$ dir. Enöte uzaklığı $1595 R_{\odot}$ iken enberi uzaklığı $249 R_{\odot}$ olmaktadır. Sistemde tutulma enberi noktası civarında gözlenmektedir ancak tutulma ortasında bileşenler arası uzaklık $281 R_{\odot}$ olmaktadır. Bu konumda A2V yıldızının görünür diskini %80 i örtülmektedir ve Griffin vd. (1992) tayfsal olarak buldukları değer ile tam olarak uyumaktadır. Hall vd. (1991)'nin analiz sonuçları geçersizdir. Çünkü tutulma ortasının tam enberi geçişi ile çakıştığını varsayarak küresel model (ve çember yörünge) ile analiz sonucu elde ettikleri kesirsel yarıçapları $(1-e) \approx 0.28$ değerine bölerek yörünge dışmerkezliğini gözönüne aldıklarını düşünmüşlerdir. Ancak tutulma ortasında gerçek anomali değeri 43° dir ve yörünge dışmerkezliğinin büyük olması nedeni ile bileşenler arası uzaklık değeri tutulma ortasında ve enberi geçişinde birbirinden oldukça farklıdır. Bu sonuç Hall vd. (1991)'nin analiz sonuçlarına doğrudan yansımakta ve modellerini geçersiz kılmaktadır. Griffin vd. (1992)'nin analiz sonuçları gözlem duyarlılıkları içerisinde bizim bulgularımızla uyum içerisinde. Yapmış oldukları detaylı tayfsal analizler sonucunda bileşenlerin tayf türlerini G8 IIIa ve A3-4V olarak bulmuşlardır.

Bu çalışmada analiz için önerdiğimiz metod, astronomi literatüründeki benzerleri gibi, girdi parametrelerine bağımlılık göstermektedir. Böylece S fonksiyonunun minimum olduğu birden fazla çözüme ulaşabilmek mümkündür. Ancak çözüm takımlarından yalnızca birinin fiziksel olarak anlamı bulunmaktadır ve analizi yapılan çift sistemi temsil etmektedir. Bu çözüm takımının seçimi analizi yapılan çift sistemin bilinen fiziksel özellikleri ile mümkün olmaktadır.

Kaynaklar

- Ake T.B., Parsons S.P., Kondo Y., 1985, ApJ., **289**, 772
Ake T.B., Fekel F.C., Hall D.S., vd., 1986, IAU-IBVS, no:2847
Colacevich A., 1941, Oss. e Mem. Arcetri, no:59
Demircan O., 1978, PhD Thesis, The Univ. of Manchester
Demircan O., 1983, Ap&SS, **91**, 407
Demircan O., 1986, Doğa, **10**, no:2, 73
Griffin R.E.M., Schröder K.P., Misch A., Griffin R.F., 1992, A&A, **254**, 289
Hall D.S., Barksdale W.S., Currott D.R., vd., 1991, AJ, **101**, 1821
Kopal Z., 1977, Ap&SS, **51**, 439
Mc Alister H.A., AJ., 1981, **86**, 1397
Schmidtke P.C., Hopkins J.L., 1990, Ap&SS, **164**, 323
Selam S., Demircan O., 1989, VI. Ulusal Astronomi Kongresi Tebliğleri, Sayfa: 309
Young W.M., 1971, unpublished PhD. Thesis, The Ohio State University